

大學甄選入學考試

一. 填充題：每題六分

(1) 已知 x^{16} 與 x^{28} 皆為有理數，則下列那一個也必為有理數。

- (A) x (B) x^2 (C) x^3 (D) x^4 (E) x^6

(2) 請問在 $\{1, 2, 3, \dots, 99, 100\}$ 中，有多少整數 x 使得 $x^2 + x^3$ 是某個整數的平方。

(3) 解底下的聯立方程組。

$$\begin{cases} 5x + 2y + 2z = 117 \\ 2x + 5y + 2z = 117 \\ 2x + 2y + 5z = 117 \end{cases}$$

(4) 三角形 ABC 三個角所對的邊長分別為 a 、 b 、 c 且 $(a+b):(b+c):(c+a) = 4 : 6 : 5$ ，求 $\tan A$ 之值。

(5) 若 $P(x)$ 是一個 4 次多項式且滿足 $P(2) = P(-2) = P(-3) = -1$ 與 $P(1) = P(-1) = 1$ ，試求 $P(0)$ 之值。

(6) 若 n 除以 2011 時的餘數為 416，則 $5n$ 除以 2011 時的餘數是多少？

(7) 若 a 是實數， b 為 a 的小數部分且滿足 $a^2 + b^2 = 18$ ，試求 $a+b$ 之值。

(8) 求方程式 $\log \sqrt{3x+4} + \frac{1}{2} \log(5x+1) = 1 + \log 3$ 的解 x 。

大學甄選入學考試

二. 演算題：每題十分，最後一題 十二分

- (1) 試問 $0.9999\dots = 1$ 對不對？為什麼？
- (2) $(a,b,c)+[a,b,c] = 854$ 且 $a:b:c = 10:12:15$ 求 $a+b+c$ 之值。
- (3) 一袋中有紅球若干個，白球 4 個和藍球 3 個，從袋中一次取出三個球，則三種顏色的球各一個的機率為 $\frac{3}{11}$ ，求此袋中紅球的個數。
- (4) 試算出 $\log(\tan 1^\circ)+\log(\tan 2^\circ)+\log(\tan 3^\circ)+\dots+\log(\tan 88^\circ)+\log(\tan 89^\circ)$ 的總和。
- (5) 試證明若 p 為質數則 \sqrt{p} 為無理數。