

單元 2: 笛卡兒平面與距離公式 (課本 §1.1)

一. 笛卡兒平面 (The Cartesian Plane)

笛卡兒平面又稱作直角坐標系統 (rectangular coordinate system), 由相互垂直的 x -軸與 y -軸所形成; x -軸與 y -軸的交點稱作原點 (origin); 平面上的每一點對應到唯一的實數有序對 (ordered pair of real numbers), 稱作此點的點坐標, 反之亦然; 並將平面分割成四個象限, 以逆時針方向依序為第一象限 ($x > 0, y > 0$), 第二象限 ($x < 0, y > 0$), 第三象限 ($x < 0, y < 0$), 第四象限 ($x > 0, y < 0$), 如圖示.

二. 距離公式 (Distance Formula)

二點 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 之間的距離

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

此乃因為根據畢氏定理 (Pythagorean Theorem), 如圖示,

$$\begin{aligned} d &= \text{斜邊長} \\ &= \sqrt{|x_2 - x_1|^2 + |y_2 - y_1|^2} \\ &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \end{aligned}$$

三. 中點公式 (Midpoint Formula)

連接二點 (x_1, y_1) 與 (x_2, y_2) 的線段 (segment) 的中點為

$$\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

如圖示.