

單元 11: 數值事件與隨機變數

(課本 §2.11)

定義 1. 定義域 (domain) 為樣本空間 (sample space) 的實值函數稱作一隨機變數, 通常以大寫字母 X , Y , 或 Z 表示. 有相同隨機變數值的所有樣本點所組成的集合稱作一數值事件, 如

$$\{Y = a\} \stackrel{\text{或}}{=} (Y = a) \\ \stackrel{\text{def}}{=} \{\text{樣本點} | Y(\text{樣本點}) = a\}$$

亦即, 所有取值為 a 的樣本點所形成的集合.

例 1. 實驗: 投擲二銅板, 樣本空間

$$S = \{\text{正正}, \text{正反}, \text{反正}, \text{反反}\}$$

出現正面的次數

$$Y \text{ (隨機變數)} : S \rightarrow \{0, 1, 2\}$$

使得下圖成立.

故, 數值事件如下:

$$(Y = 0) = \{\text{反反}\}$$

$$(Y = 1) = \{\text{正反, 反正}\}$$

以及

$$(Y = 2) = \{\text{正正}\}$$

可形成 S 的一個分割.

若銅板為公正的, 則在適當的指定機率下,

$$P(Y = 0) = \frac{1}{4}$$

$$P(Y = 1) = \frac{1}{2}$$

$$P(Y = 2) = \frac{1}{4}$$

例 2. 實驗: 投擲二公正骰子, 樣本空間

$$S = \{(x, y) : 1 \leq x, y \leq 6\}$$

出現的點數和

$$X \text{ (隨機變數)} : S \rightarrow \{2, 3, \dots, 12\}$$

使得

$$(X = 2) = \{(1, 1)\}$$

$$(X = 3) = \{(1, 2), (2, 1)\}$$

$$(X = 4) = \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\}$$

$$(X = 5) = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$$

$$(X = 6) = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\}$$

$$\vdots$$

$$(X = 12) = \{(6, 6)\}$$

而形成 S 的一個分割.

另在公正骰子的前提下, 各數值事件的機率如下表:

a	2	3	4	5	6	7
$P(X = a)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$

a	8	9	10	11	12
$P(X = a)$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$