

機率與統計

小考 6 (6-8-2017)

- 請列出計算過程, 僅有答案, 錯誤過程, 均不予計分.
- 作弊以零分計, 並按校規處理.

1. 設 $Y \sim \text{gamma}(\frac{n}{2}, \beta)$ 且 $W = 2Y/\beta$. 試以動差母函數法求 W 的分布. (10分)
2. 令 $(Y_1, Y_2) \sim f(y_1, y_2) = \begin{cases} 8y_1y_2, & 0 \leq y_1 \leq y_2 \leq 1, \\ 0, & \text{其它,} \end{cases}$ 且 $U_1 = Y_1/Y_2$ 與 $U_2 = Y_2$. 試求 U_1 與 U_2 的 joint pdf $f_{U_1, U_2}(u_1, u_2)$ 以及 $P(U_1 + U_2 > \frac{1}{2})$. (10分)
3. 設 $Y_1, \dots, Y_n \stackrel{\text{iid}}{\sim} \text{unif}(0, 1)$ 以及 $U = Y_{(1)}/Y_{(n)}$. 試求 $Y_{(1)}$ 與 $Y_{(n)}$ 的 joint pdf $g_{(1)(n)}(y_1, y_n)$ 以及 U 的 pdf $f_U(u)$. (10分)