

經濟系微積分

小考 7 (5-31-2007)

- 請列出計算過程, 僅有答案, 不予計分.
- 作弊以零分計, 並按校規處理.

姓名 _____
學號 _____

1. 試求冪級數 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+1)^{n+1}}{(n+1)5^{n+1}}$ 的收斂半徑 R . (6分)
2. 試將 $f(x) = \frac{1}{2+x}$ 表成以 2 為中心的冪級數 (需列出一項), 並求此冪級數的定義域 D . (6分)
3. 試將 $g(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x}}$ 表成以 1 為中心的冪級數 (需列出前四項及一般項), 並求此冪級數的收斂半徑 R . (7分)
4. 試求最小的 n 使得以 $f(x) = \ln(1+x)$ 的以 0 為中心的 n 階泰勒多項式 $S_n(x)$ 估計 $f(x)$ 在區間 $[0, \frac{1}{2}]$ 內的函數值時, 誤差均小於 0.001. (7分)
5. 試以 e^{-x^2} 的 6 階泰勒多項式 $S_6(x)$ 估計定積分 $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ (列出含分數的式子即可, 不須計算出小數值). (6分)
6. 試求以牛頓勘根法估計 $y = e^{-x^2}$ 與 $y = x$ 的交點的迭代公式. 又若第二次迭代後的估計值為 $x_3 = 0.0381$, 試求第三次迭代後的估計值 x_4 (不必計算出小數值, 列出式子即可). (6分)
7. 試證以牛頓勘根法估計 $f(x) = -x^3 + 3x^2 - x + 1$ 的根時, 若初始估計 $x_1 = 1$, 則迭代公式的估計值 $\{x_n\}$ 無法收斂到函數的根, 因而牛頓勘根法失效. (6分)
8. 試驗證 $x^2 + y^2 = Cy$ 是微分方程式 $(x^2 - y^2)y' = 2xy$ 的一般解. (6分)